

HOJA 5: SISTEMAS DE ECUACIONES

1.º- Aplica el método de Gauss para averiguar si los sistemas de ecuaciones de los siguientes ejercicios tienen o no solución. En caso afirmativo, encuéntrala.

$$a) \begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x + y + 7z = 11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 3y - 2z = 7 \\ 2x - y + 15z = 3 \\ x - 8y - 21z = 11 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 4y + 7z = 13 \\ 2x + 3y - 8z = -7 \\ 5x + 2y - 9z = -1 \end{cases}$$

2.º- Estudia la compatibilidad de los sistemas siguientes (utilizando el teorema de Rouché-Frobenius) y obtén su solución cuando sean compatibles.

$$a) \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ 5x - y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y - 4z = 1 \\ x + 3y - 5z = 4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 3x + 4y - 3z = 0 \\ 2x + 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 5x - y + 7z = 0 \end{cases}$$

3.º- Dado el sistema $\begin{cases} mx - y = 1 \\ x - my = 2m - 1 \end{cases}$, halla m para que:

- a) No tenga soluciones.
- b) Tenga infinitas soluciones.
- c) Tenga solución única.
- d) Tenga una solución en la que $x=3$.

5.º- Resuelve por Cramer los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \left. \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2x + 3y - z = 4 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases} \right\} \quad b) \left. \begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ 4x - y + z = 2 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases} \right\}$$

Solución: a) $x=-2, y=1, z=3$ b) $x=1, y=0, z=-2$

6.º- Discute según los valores del parámetro y resuelve, en los casos en que sea posible, los sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x - y + 2z = 0 \\ 2x - y - z = m \end{cases}$$

$$**b) \begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + a^2y = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + ay = ax \\ 3x + ay = a \end{cases}$$

7º.- Dado el sistema
$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

- a) Añade una ecuación para que el sistema sea incompatible.
- b) Añade una ecuación para que el sistema tenga infinitas soluciones.

8º.- Estudia y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)
$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ 2x + 6y - 5z = 0 \\ 3x + y + z = 0 \end{cases}$$

9º.- Si la altura de Carlos aumenta el triple de la diferencia de las alturas de Antonio y Juan, Carlos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 centímetros. Ocho veces la altura de Antonio equivale a nueve veces la de Carlos. Halla las tres alturas.

10º.- De un número de tres cifras se sabe que la suma de éstas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198, y si se intercambian las de las unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

11º.- Si una persona tiene en total 5 € en monedas de 5, 10 y 20 céntimos, de modo que tiene el doble de monedas de 5 que de 20 céntimos, y dos monedas menos de 10 que de 20 céntimos, ¿cuántas monedas tiene de cada valor?

12º.- Un automóvil sube las cuestas a 54 km/h. Las baja a 90 km/h y en llano marcha a 80 km/h. Para ir de A a B tarda 2 horas y 30 minutos, y para volver de B a A, 2 horas y 38 minutos. ¿Cuál es la longitud del camino llano entre A y B si se sabe que A y B distan 192 km?

13º.- En una confitería envasan los bombones en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg. Un día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño que de tamaño mediano. Sabiendo que el precio del kg de bombones son 40 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 €:

- a) Plantea un sistema para determinar cuántas cajas se han envasado.
- b) Resuelve el problema.

14º.- Calcula la superficie de un solar con forma de trapezio rectangular sabiendo que el triple de la altura es igual al doble de la base menor, más la base mayor; la media aritmética de la base mayor y la altura es mayor en dos unidades a la base menor, y que el doble de la base mayor menos la altura es el doble de la base menor.

15º.- Un tren transporta 700 viajeros y la recaudación del importe de sus billetes asciende a 9990 €. Calcula cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 27 €, cuántos han pagado el 30 % del billete y cuántos el 50 %, sabiendo que el número de viajeros que han pagado el 30 % es el doble del número de viajeros que paga el billete entero.

16º.- Una persona invirtió 90000 € en tres fondos de inversión, FIM, FIM garantizado y FIAM, y obtuvo 6600 € de intereses. Los intereses que proporcionan los fondos fueron del 10 %, 6 % y 4 % respectivamente. Sabiendo que invirtió en el FIM el doble que en el FIAM, calcula qué cantidad invirtió en cada fondo.

17º.- Por dos bocadillos, tres refrescos y un café me cobraron 6,80 €. Por un bocadillo, dos refrescos y dos cafés pagué 4,50 €. ¿Cuánto tendré que pagar por tres bocadillos y cuatro refrescos?

18º.- El lunes de una cierta semana los artículos A, B y C de unos grandes almacenes se rebajan un 5 %, un 6 % y un 8 % respectivamente. El martes, en cambio, se rebajan un 2 %, un 8 % y un 6 % sobre el precio inicial. Finalmente, el viernes se rebajan un 4 %, un 7 % y un 6 % sobre el precio inicial. Si se sabe que un cliente que compra una unidad de cada uno de dichos artículos cada uno de estos días se ahorra 2,1 € el lunes, 2,1 € el martes y 2,1 € el viernes, ¿cuál es el precio por unidad de dichos artículos?

19º.- Tres amigos acuerdan jugar tres partidas de dados de forma que cuando uno pierda, entregará a cada uno de los otros dos una cantidad igual a la que cada uno posea en ese momento. Cada uno perdió una partida y al final cada uno tenía 24 €. ¿Cuánto dinero tenía cada jugador al comenzar el juego?

20º.- En un colegio, la relación del número de alumnas al de alumnos era 8/7 al principio de curso. Durante el curso, causaron baja 40 chicas y el 4 % de los chicos, quedando la relación en 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

21º.- Cierta marca de pintura es elaborada con tres ingredientes, A, B y C, comercializándose en tres tonos diferentes. El primero se prepara con 2 unidades de A, 2 de B y 1 de C; el segundo, con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; y el tercero con una unidad de cada ingrediente.

El bote del primer tono se vende a 23 €, el del segundo a 17 € y el del tercero a 14 €. Sabiendo que el margen comercial (o ganancia) es de 3 € por bote, ¿qué precio por unidad le cuesta a dicha marca de pintura cada uno de los tres ingredientes?

22º.- Una fábrica de chocolates emplea, para una determinada marca, leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche el doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios de los ingredientes por kilo son: leche, 0,80 €; cacao, 4 €; y almendra, 10 €.

En un día se fabrican 9000 kg de chocolate de dicha marca con un coste total de 22800 €. ¿Cuántos kilogramos se utilizan de cada componente?

23º.- Para un determinado partido de fútbol se ponen a la venta tres tipos de localidades: fondo, general y tribuna. Se sabe que la relación entre los precios de las localidades de tribuna y general es de 19/18, y entre general y fondo es de 6/5. Si al comprar tres localidades, una de cada clase, se pagan en total 52 €, ¿cuál es el precio de cada localidad?

24º.- Un tren transporta 500 viajeros y la recaudación de los billetes asciende a 2142 €. Calcula cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 9 €; cuántos han pagado el 20 % del billete y cuántos el 50 %, sabiendo que el número de viajeros que han pagado el 20 % es el doble del número de viajeros que paga el billete entero.

25º.- Andrés, Juan y Luis son tres amigos. Hablando sobre sus edades descubren que: "El doble de la edad de Antonio más el triple de la edad de Juan es tres años superior a cuatro veces la edad de Luis. El triple de la edad de Luis menos el doble de la edad de Juan es siete años inferior al doble de la edad de Andrés. El doble de las edades de Andrés y Luis es tres años inferior a cinco veces la edad de Juan". ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?

26º.- Un país importa 21000 vehículos mensuales de tres marcas A, B, C, al precio de 7500, 9100 y 12000 €, respectivamente. Si el total de la importación asciende a 201,8 millones de euros, y de la marca A importa el 40 % de las otras dos marcas juntas, ¿cuántos vehículos de cada marca entran en el país?

27º.- En una tienda, por comprar dos chaquetas y una blusa, nos cobran 200 €. Volvemos a la tienda y compramos una chaqueta, un pantalón y devolvemos la blusa, y nos cobran 100 €. En una tercera visita a la tienda compramos 5 chaquetas, un pantalón y una blusa, ¿cuánto nos cobrarán?